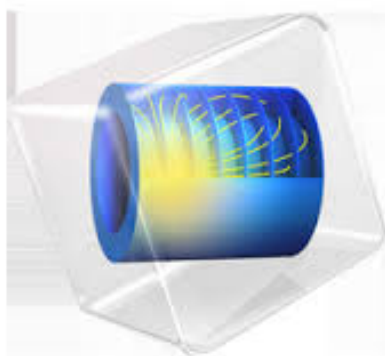




ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ  
ΣΧΟΛΗ ΧΗΜΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ Ι

ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΙΚΟ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ  
COMSOL MULTIPHYSICS



**ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ 1<sup>ο</sup>:  
ΜΕΤΑΦΟΡΑ ΘΕΡΜΟΤΗΤΑΣ ΣΕ ΔΙΣΚΟ**

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:  
ΕΛΕΝΗ ΚΟΡΩΝΑΚΗ

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

	<b>ΕΚΦΩΝΗΣΗ</b>	<b>ii</b>
<b>A</b>	... Άνοιγμα COMSOL 4.4 και επιλογή φυσικού μοντέλου	<b>1</b>
<b>B</b>	... Καθορισμός γεωμετρίας	<b>2</b>
<b>Γ</b>	... Ορισμός φυσικών παραμέτρων	<b>3</b>
<b>Δ</b>	... Ορισμός συνοριακών συνθηκών	<b>5</b>
<b>Ε</b>	... Επιλογή πλέγματος διακριτοποίησης	<b>5</b>
<b>ΣΤ</b>	... Αποτελέσματα	<b>6</b>
	<b>ΣΤ. 1...</b> Αποτελέσματα που εμφανίζονται αυτόματα με την επίλυση	<b>6</b>
	<b>ΣΤ. 2...</b> Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτίνας και σύγκριση με αναλυτική λύση	<b>8</b>
	<b>ΣΤ. 3...</b> Προσθήκη πλέγματος και σύγκριση αποτελεσμάτων	<b>10</b>
	<b>ΣΤ. 4...</b> Υπολογισμοί μη μόνιμης κατάστασης	<b>14</b>

## ΕΚΦΩΝΗΣΗ

Σε κυκλικό χωρίο ακτίνας  $R = 1$  πραγματοποιείται μεταφορά θερμότητας με αγωγή. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας της επιφάνειας,  $k$ , ισούται με 1. Από την επιφάνεια απάγεται θερμότητα με ρυθμό 4, ενώ η θερμοκρασία στο σύνορο του χωρίου είναι 1. Η πυκνότητα,  $\rho$ , και η θερμοχωρητικότητα του υλικού,  $C_p$ , είναι επίσης 1.

Σημειώνεται ότι η κατανομή θερμοκρασίας δίνεται από την εξίσωση Poisson η οποία έχει αναλυτική λύση στη γεωμετρία επίλυσης:

$$T(x, y) = x^2 + y^2$$

Να προσομοιωθεί το φαινόμενο σε μόνιμη κατάσταση:

- Να σχεδιαστεί η κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος μιας ακτίνας
- Να συγκριθεί το αποτέλεσμα του COMSOL με την αναλυτική λύση
- Να διερευνηθεί η εξάρτηση της λύσης από το πλέγμα
- Να γίνουν οι υπολογισμοί θεωρώντας μη μόνιμη κατάσταση

## A. Ανοιγμα COMSOL 4.4 και επιλογή φυσικού μοντέλου

- Ανοιγμα COMSOL Multiphysics 4.4



- Επιλογή **Model Wizard**

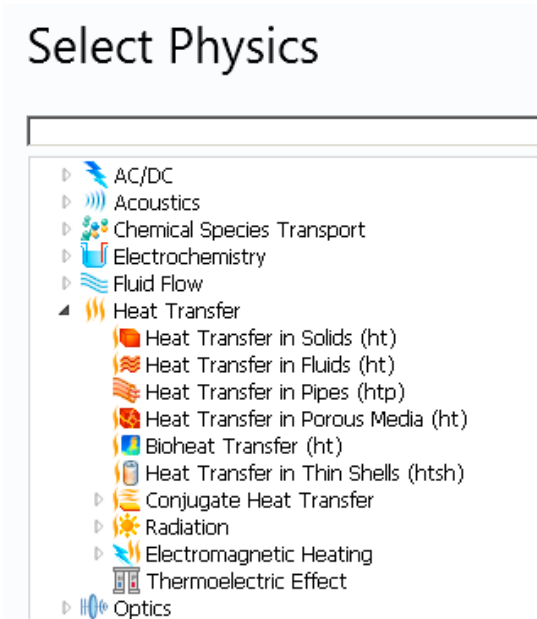


- Επιλογή 2D

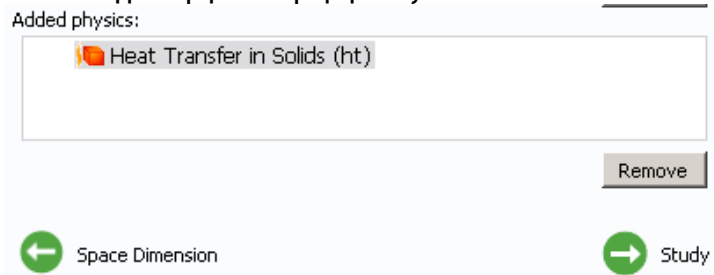


- Επιλογή φυσικού μοντέλου. Από την παρακάτω λίστα επιλέγουμε

Heat Transfer in Solids (ht) και Add

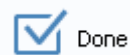


Η επιλεγμένη φυσική εμφανίζεται στο πλαίσιο Added physics:

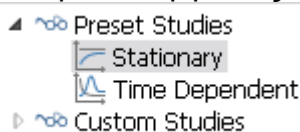


Προχωράμε στο επόμενο βήμα πατώντας το πράσινο βελάκι **Study**.

Στη λίστα **Preset Studies**, επιλέγουμε **Stationary** και **Done**



και ανοίγει η επιφάνεια εργασίας του προγράμματος.



## B. Καθορισμός γεωμετρίας

- Στο **Model Builder**, κάνουμε δεξί κλικ στο **Geometry 1** και επιλέγουμε **Circle**. Τότε εμφανίζεται στη λίστα του **Geometry 1** το **Circle 1 (c1)**
- Με αριστερό κλικ στο **Circle 1 (c1)**, εμφανίζεται ο πίνακας **Circle** όπου δίνονται οι διαστάσεις της γεωμετρίας:

**Circle**

Build Selected  Build All Objects

▼ Object Type

Type: Solid

▼ Size and Shape **Ακτίνα κύκλου σε m**

Radius: 1 m

Sector angle: 360 deg

▼ Position **Ο κύκλος τοποθετείται ώστε το κέντρο του να βρίσκεται στο σημείο (x, y)= (0, 0)**

Base: Center

x: 0 m

y: 0 m

▼ Rotation Angle

Rotation: 0 deg

► Layers


▼ Selections of Resulting Entities


Create selections

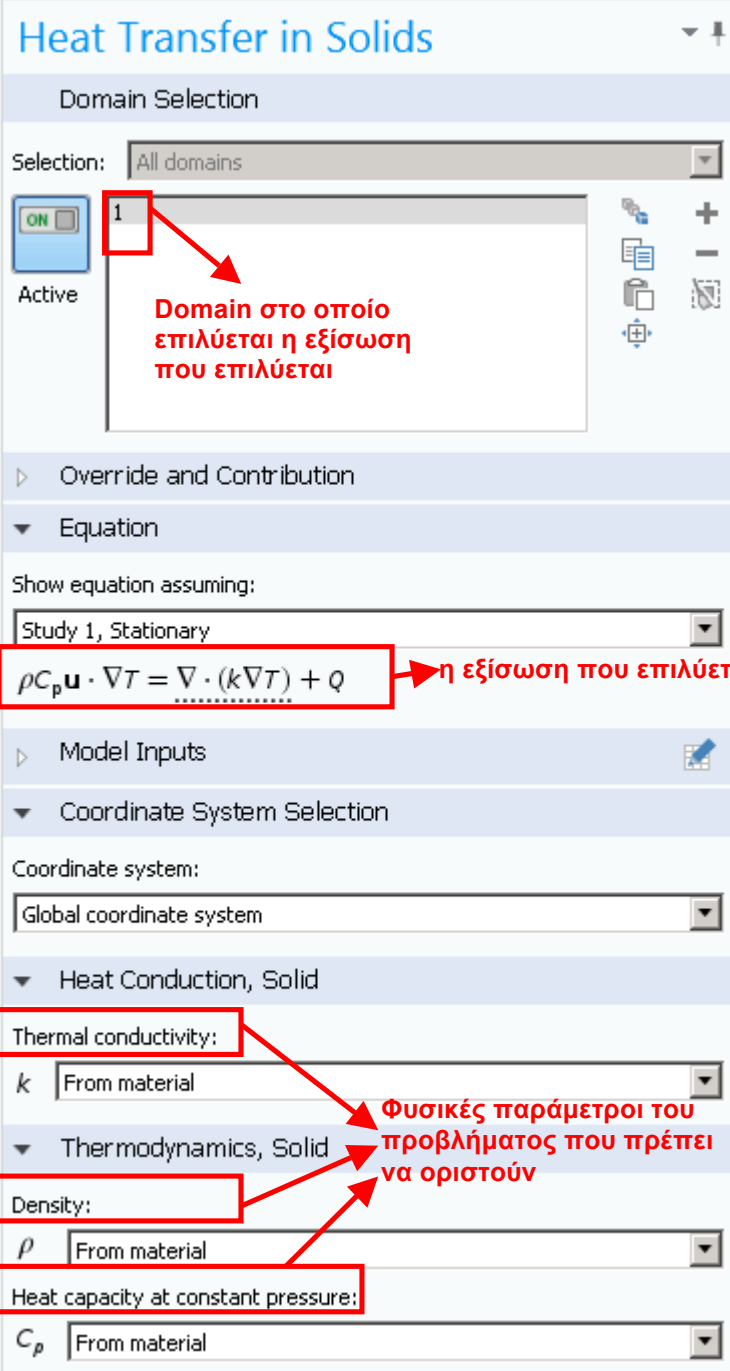
Contribute to: None

Για να ολοκληρωθεί η γεωμετρία επιλέγουμε το  **Build All Objects** οπότε στο δεξί μέρος της επιφάνειας εργασίας, στο **Graphics** εμφανίζεται ο κύκλος που ορίσαμε.

## Γ. Ορισμός φυσικών παραμέτρων

- Η εξίσωση που επιλέξαμε με το μοντέλο Heat Transfer in Solids φαίνεται με αριστερό κλικ στο  Heat Transfer in Solids (ht)
- Με αριστερό κλικ επιλέγουμε το **Heat Transfer in Solids 1** για να εμφανιστούν οι λεπτομέρειες του μοντέλου

- ◀  Heat Transfer in Solids (ht)
  - ◻ Heat Transfer in Solids 1



Heat Transfer in Solids

Domain Selection

Selection: All domains

1

Active

Domain στο οποίο επιλύεται η εξίσωση που επιλύεται

Override and Contribution

Equation

Show equation assuming: Study 1, Stationary

$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q$  η εξίσωση που επιλύεται

Model Inputs

Coordinate System Selection

Coordinate system: Global coordinate system

Heat Conduction, Solid

Thermal conductivity: k From material

Thermodynamics, Solid

Density:  $\rho$  From material

Heat capacity at constant pressure:  $C_p$  From material

Φυσικές παράμετροι του προβλήματος που πρέπει να οριστούν

Θέτουμε τις τιμές για τις φυσικές παραμέτρους όπως φαίνεται παρακάτω:

▼ Heat Conduction, Solid - Επιλέγουμε User Defined  
- Θέτουμε την τιμή 1

Thermal conductivity:

$k$  User defined  
1 W/(m·K)  
Isotropic

▼ Thermodynamics, Solid - Επιλέγουμε User Defined  
- Θέτουμε την τιμή 1

Density:



$\rho$  User defined  
1 kg/m<sup>3</sup>

Heat capacity at constant pressure: - Επιλέγουμε User Defined  
- Θέτουμε την τιμή 1

$C_p$  User defined  
1 J/(kg·K)

Επόμενο βήμα είναι να ορίσουμε την πηγή θερμότητας  $Q$  στην εξίσωση

$$\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q$$

Με δεξί κλικ στο  Heat Transfer in Solids (ht) επιλέγουμε το **Heat Source** οπότε στη λίστα εμφανίζεται το σύμβολο:  Heat Source 1 και ο αντίστοιχος πίνακας με επιλογές:

**Heat Source**

Domain Selection

Selection: All domains

1

Επιλέγουμε all domains έτσι ώστε να εμφανιστεί το 1 στη λίστα

Active

Override and Contribution

Equation

▼ Heat Source - Επιλέγουμε User Defined  
- Θέτουμε την τιμή - 4



General source

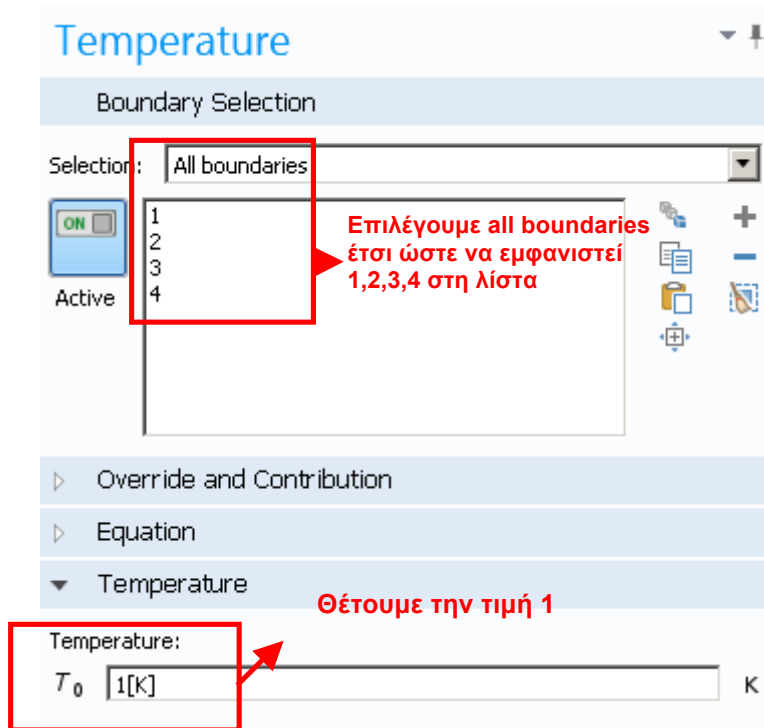
$Q$  User defined  
-4 W/m<sup>3</sup>

Linear source  
 $Q = q_s \cdot T$


Total power  
 $Q = \frac{P_{tot}}{V}$

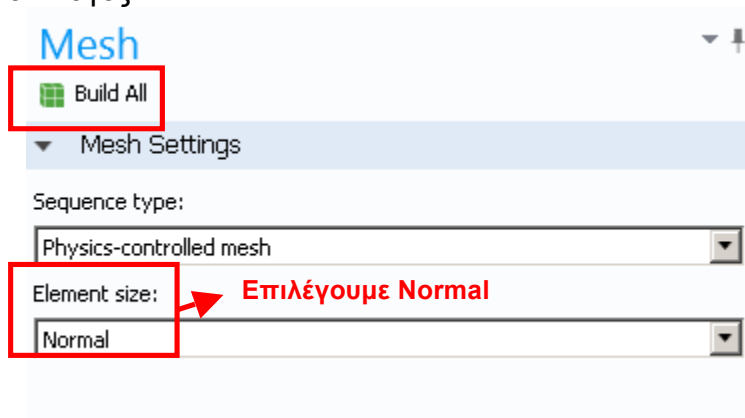
#### Δ. Ορισμός Συνοριακών συνθηκών

Επόμενο βήμα είναι ο καθορισμός των συνοριακών συνθηκών. Με δεξί κλικ στο  Heat Transfer in Solids (ht) επιλέγουμε το **Temperature** οπότε στη λίστα εμφανίζεται το σύμβολο  Temperature 1 και ο αντίστοιχος πίνακας με επιλογές:



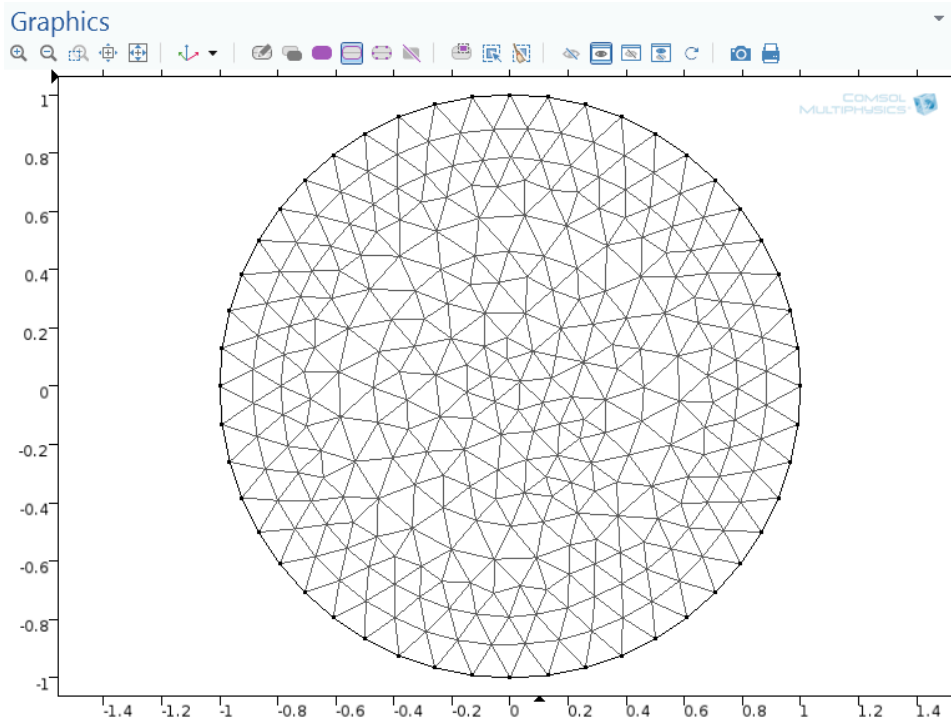
#### Ε. Επιλογή πλέγματος διακριτοποίησης

Ακολουθεί ο χωρισμός της γεωμετρίας επίλυσης με πλέγμα (Mesh) κάνοντας αριστερό κλικ στο  Mesh 1 οπότε εμφανίζεται ο παρακάτω πίνακας με επιλογές:

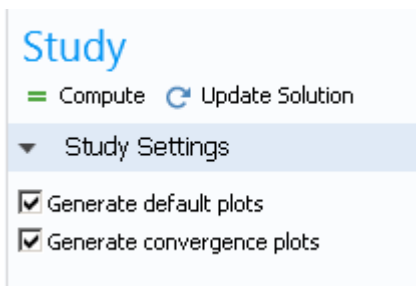


Επιλέγουμε **Normal** και πατάμε το  Build All για να δημιουργηθεί το πλέγμα στη γεωμετρία:





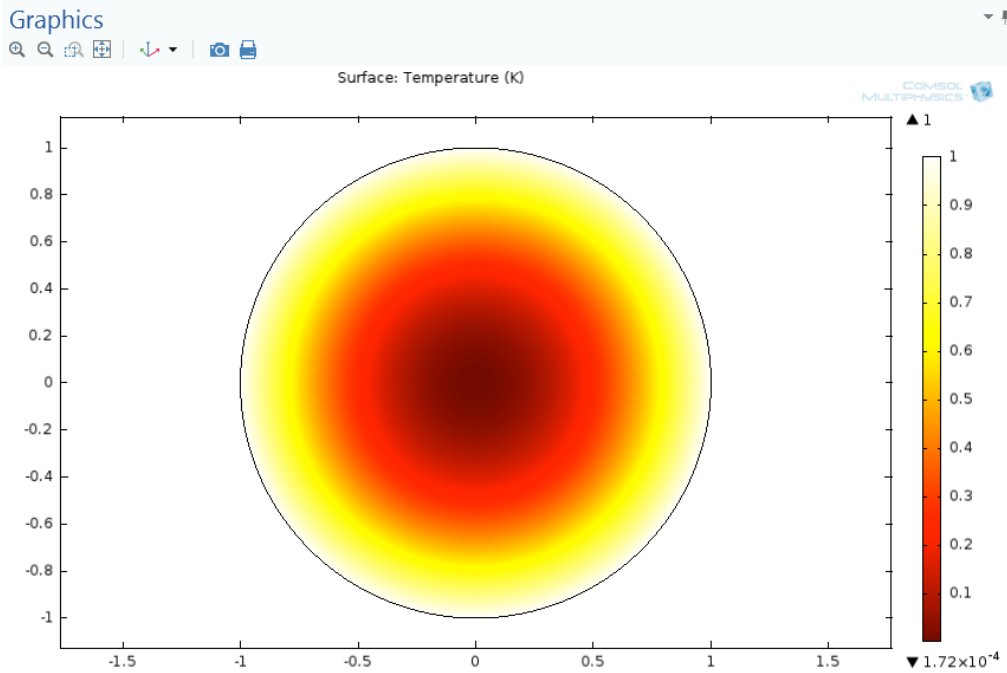
Με αριστερό κλικ στο Study 1 εμφανίζεται ο αντίστοιχος πίνακας με επιλογές όπου επιλέγουμε το Compute  Compute




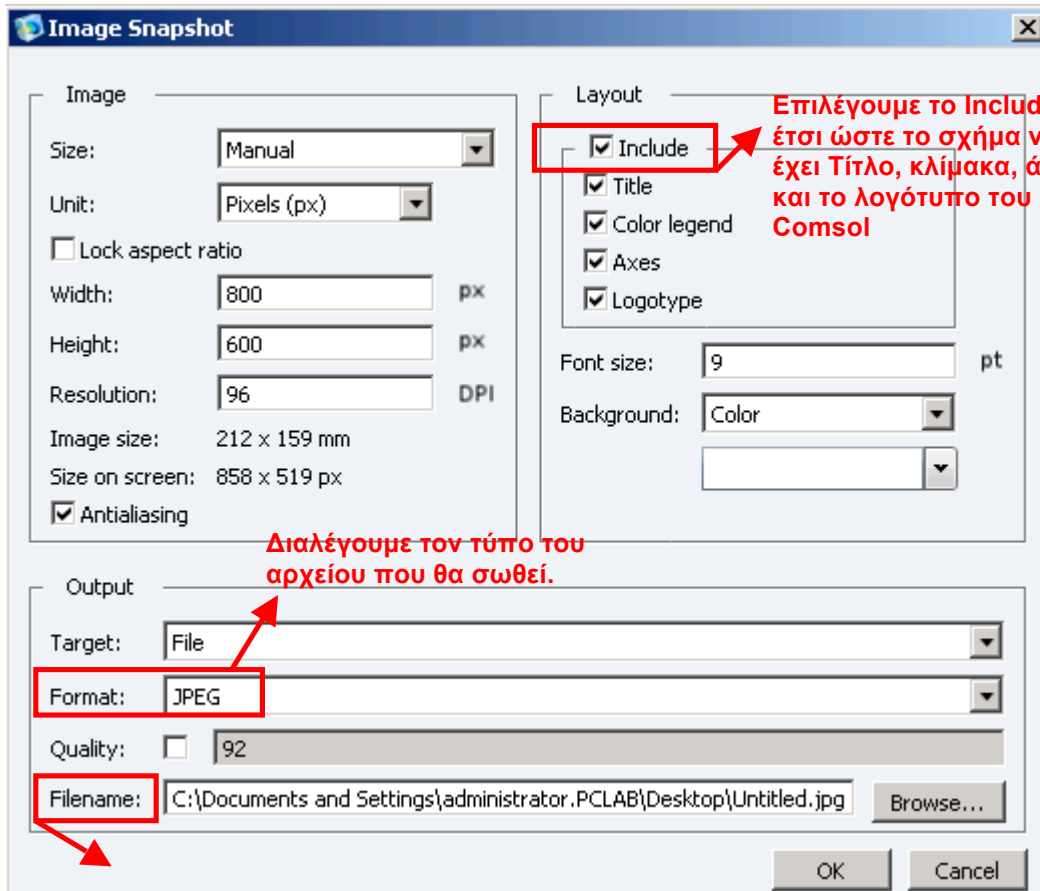
## ΣΤ. Αποτελέσματα

### ΣΤ. 1 Αποτελέσματα που εμφανίζονται αυτόματα με την επίλυση

Το πρόγραμμα παράγει από μόνο του κάποιες κατανομές ανάλογα με το μοντέλο φυσικής που επιλύεται. Στη συγκεκριμένη περίπτωση παράγεται η κατανομή θερμοκρασίας **Surface plot: Temperature (K)**. Με τη βοήθεια της χρωματικής κλίμακας στα δεξιά μπορούμε να διαπιστώσουμε ότι η θερμοκρασία είναι 1 στα σύνορα (όπως ορίζουν οι συνοριακές συνθήκες) και σχεδόν μηδενίζεται στο κέντρο του κύκλου.



Η εικόνα αυτή μπορεί να σωθεί ως αρχείο πατώντας το  οπότε εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο

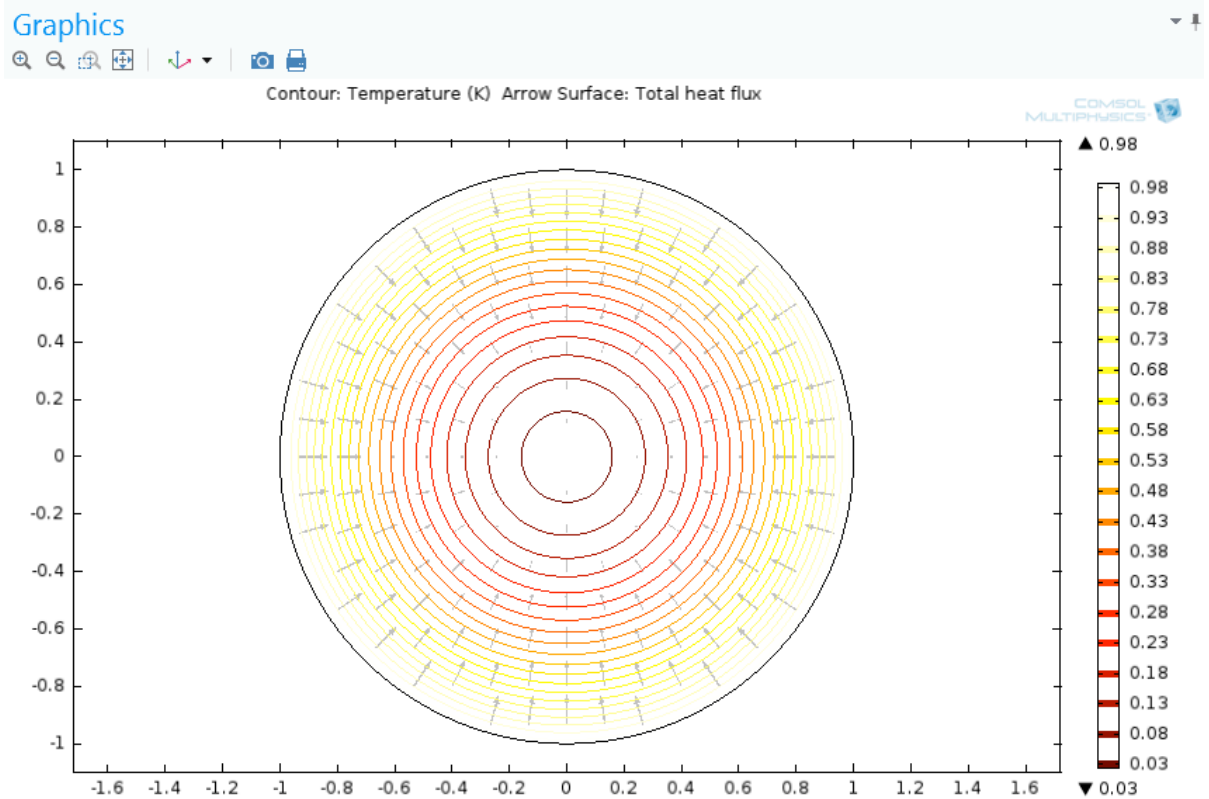
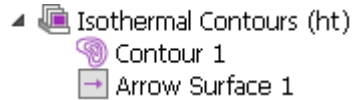


Επιλέγουμε το Include έτσι ώστε το σχήμα να έχει τίτλο, κλίμακα, άξονες και το λογότυπο του Comsol

Διαλέγουμε τον τύπο του αρχείου που θα σωθεί.

Διαλέγουμε που θα σωθεί το αρχείο.

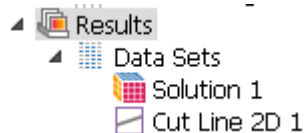
Στο δέντρο των αποτελεσμάτων, κάτω από το Isothermal contours υπάρχει το Contour 1 και το Arrow Surface 1. Αυτά παράγουν την παρακάτω εικόνα



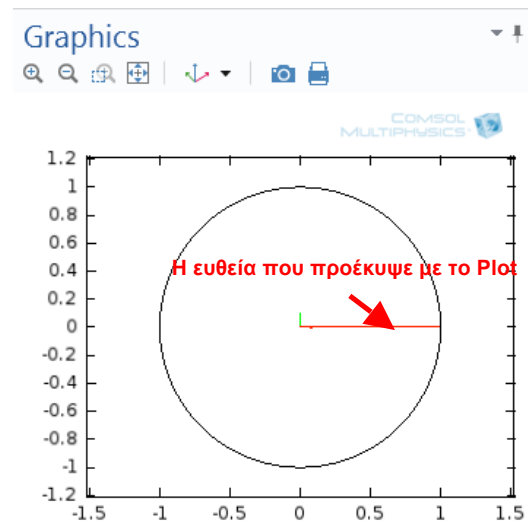
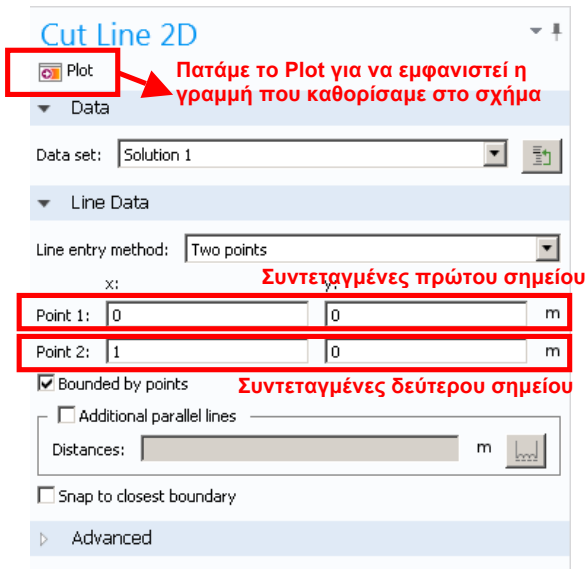
Με αριστερό κλικ στα **Contour 1** και **Arrow Surface 1** ανοίγει το αντίστοιχο παράθυρο για καθορισμό των παραμέτρων σχεδίασης.

### ΣΤ. 2 Κατανομή θερμοκρασίας κατά μήκος της ακτίνας και σύγκριση με αναλυτική λύση

- Με δεξί κλικ στο **Data Sets** επιλέγουμε **Cut Line 2D** το οποίο εμφανίζεται κάτω από το **Data Sets** ως εξής:

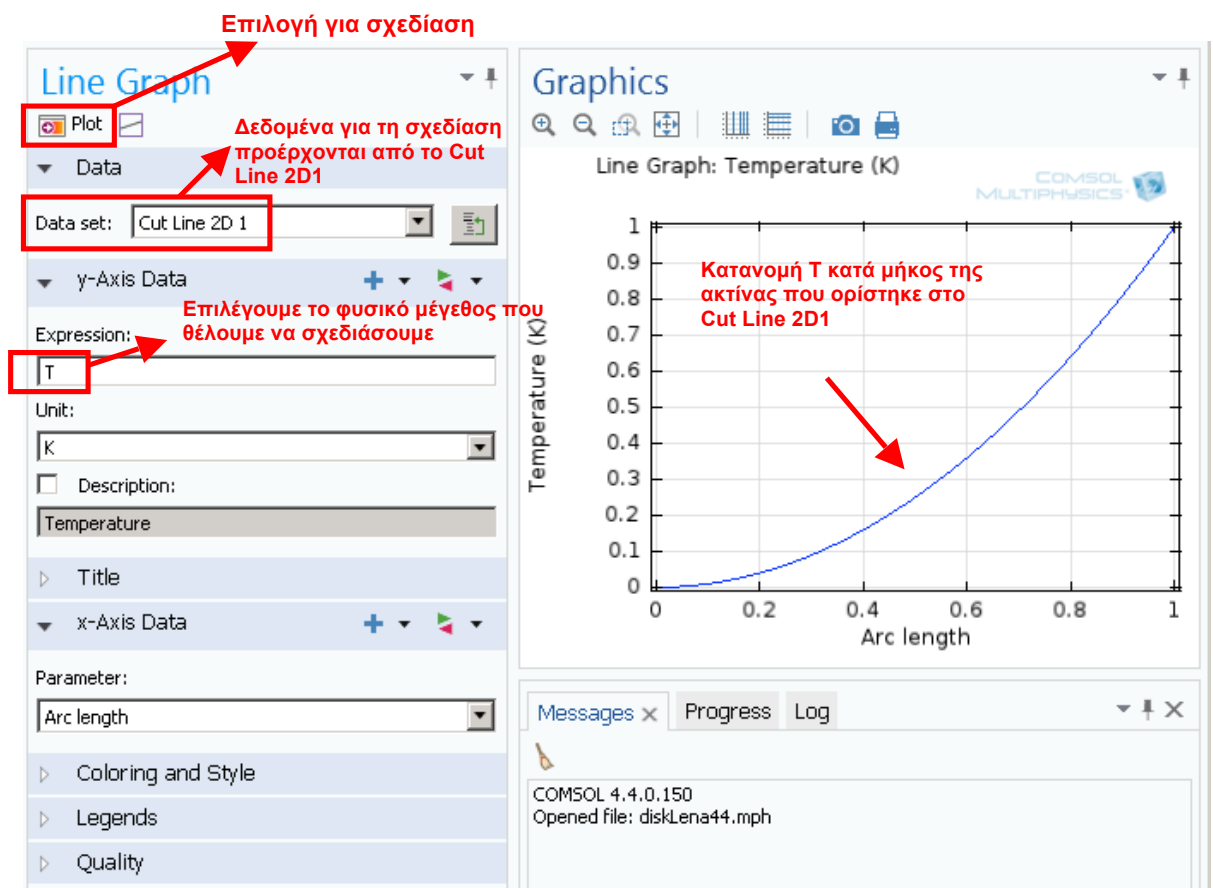


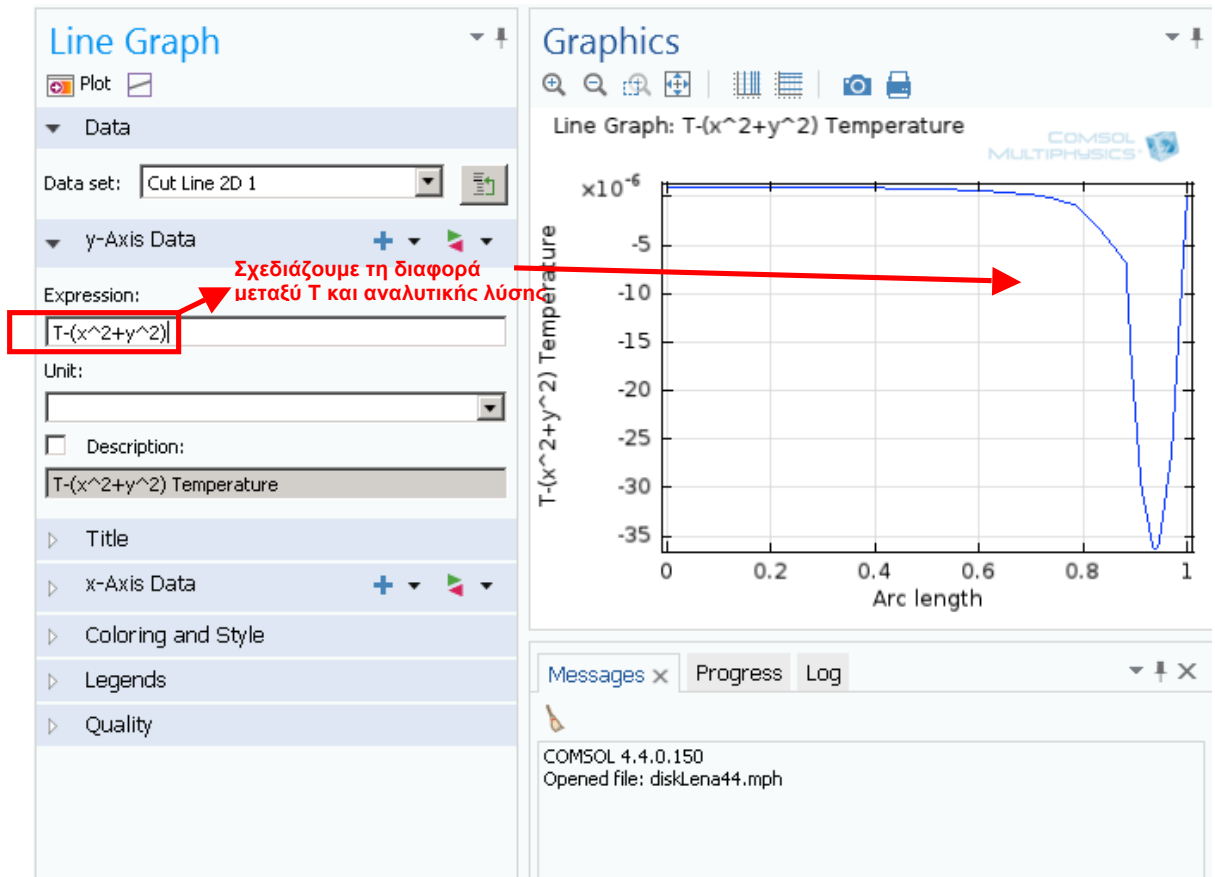
- Με αριστερό κλικ στο **Cut Line 2D** εμφανίζεται το παράθυρο όπου πρέπει να καθορίσουμε τη γραμμή κατά μήκος της οποίας θα σχεδιαστεί η επιθυμητή κατανομή. Δηλαδή πρέπει να ορίσουμε τις συντεταγμένες δύο σημείων που ορίζουν μια ακτίνα του κύκλου:



- Με δεξί κλικ στο **Results** επιλέγουμε το **1D Plot Group** οπότε εμφανίζεται στο δέντρο **Results** η αντίστοιχη εικόνα **1D Plot Group 3**
- Με δεξί κλικ στο **1D Plot Group 3** επιλέγουμε **Line Graph 1** οπότε εμφανίζεται:
  - 1D Plot Group 3
  - Line Graph 1

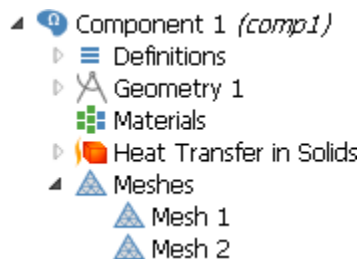
Με αριστερό κλικ στο **Line Graph 1** εμφανίζεται το μενού επιλογών σχεδίασης:





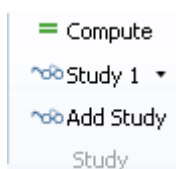
### ΣΤ. 3 Προσθήκη πλέγματος και σύγκριση αποτελεσμάτων

Με δεξί κλικ στο **Component 1 (comp1)** επιλέγουμε **Add Mesh** οπότε εμφανίζεται ένα ακόμα Mesh στη λίστα:

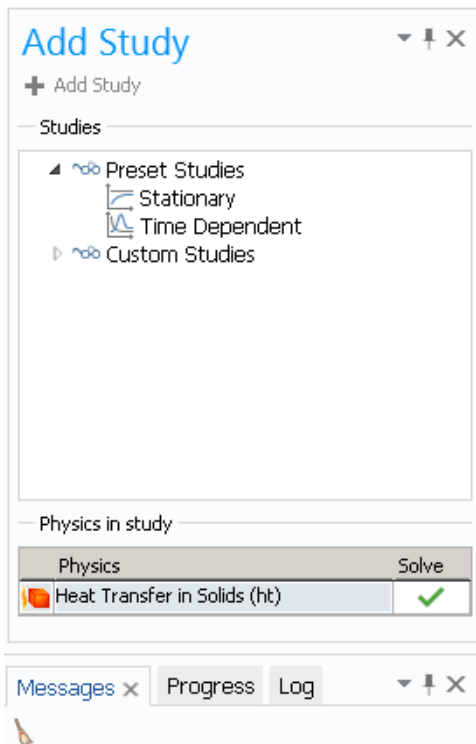




Με αριστερό κλικ στο **Mesh 2** επιλέγουμε τις παραμέτρους για το δεύτερο πλέγμα:

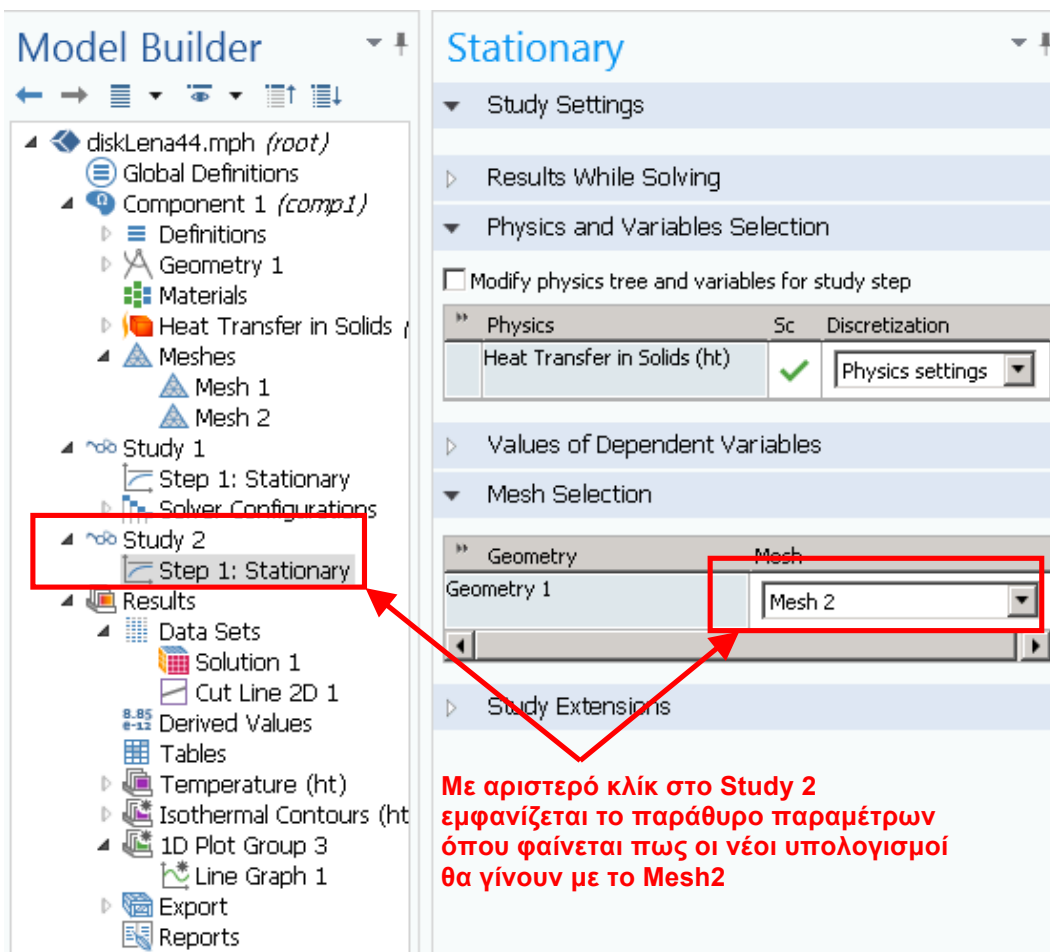
Από το βασικό μενού επάνω επιλέγουμε **Add Study**:



Οπότε εμφανίζεται το παρακάτω παράθυρο:



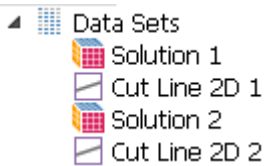
Επιλέγουμε  Stationary και  Add Study . Εμφανίζεται το **Study 2** στη λίστα:



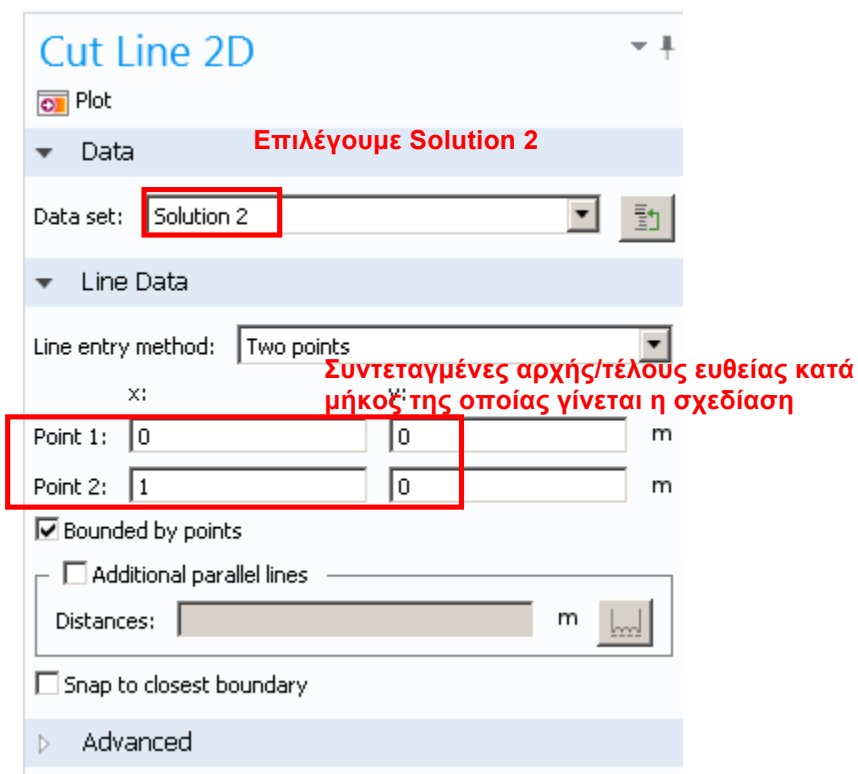
Με δεξί κλικ στο **Study 2** επιλέγουμε **Compute** και εμφανίζεται το **Solution 2** στη λίστα με τα **Data Sets**:



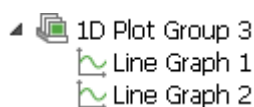
Με δεξί κλικ στο **Data Sets** επιλέγουμε **Cut Line 2D** το οποίο προστίθεται στην υπάρχουσα λίστα:



Με αριστερό κλικ στο  Cut Line 2D 2 επιλέγουμε τις παραμέτρους στο αντίστοιχο παράθυρο:



Κάτω από το **1D Plot Group3** προστίθεται και το **Line Graph 2** έτσι ώστε να μπορούμε να σχεδιάσουμε δύο γραφήματα στους ίδιους άξονες.



Με αριστερό κλικ στο **Line Graph 2** θέτουμε τις παραμέτρους που φαίνονται παρακάτω:

**Line Graph**

Plot

Data **Επιλέγουμε Cut Line 2D 2**

Data set: **Cut Line 2D 2**

y-Axis Data **Σχεδιάζουμε τη διαφορά T από την αναλυτική λύση**

Expression:  **$T-(x^2+y^2)$**

Unit:

Description:  $T-(x^2+y^2)$

Title

x-Axis Data

Coloring and Style

Line style

Line: Solid

Color: Cycle

Width: 1

Line markers

Marker: None

**Graphics**

Line Graph:  $T-(x^2+y^2)$

Line Graph:  $T-(x^2+y^2)$

$\times 10^{-6}$

$T-(x^2+y^2)$

Arc length

**Σχεδιάζουμε το σφάλμα που έχει η κατανομή θερμοκρασίας στα δύο πλέγματα**

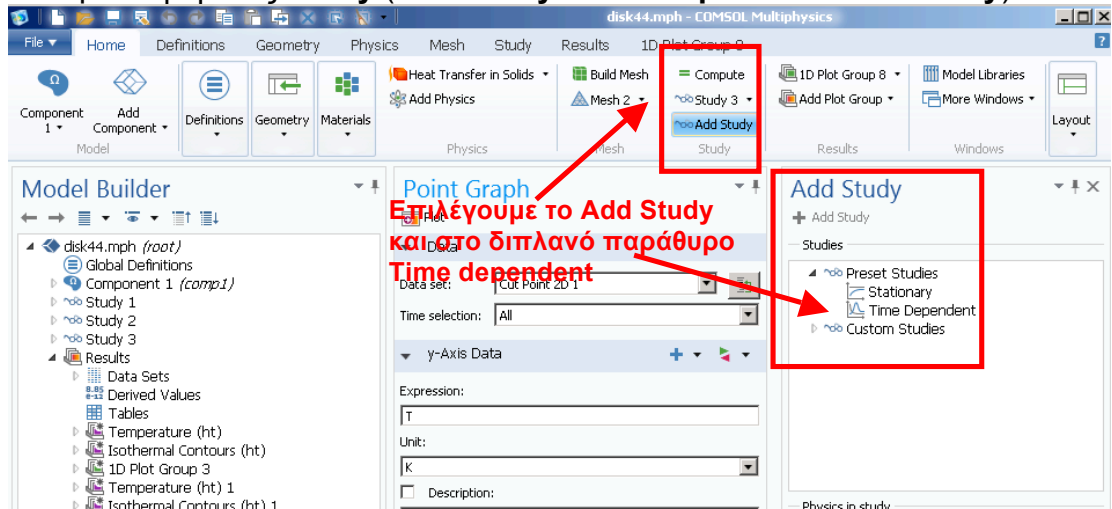
Messages x Progress Log

COMSOL 4.4.0.150  
Opened file: diskLena44.mph  
Complete mesh consists of 1906 domain elements and :  
Number of degrees of freedom solved for: 1141 (plus 1  
Solution time (Study 1): 5 s.  
Number of degrees of freedom solved for: 3901 (plus 1  
Solution time (Solver 2): 2 s.  
Number of degrees of freedom solved for: 3901 (plus 1  
Solution time (Study 2): 2 s.  
Number of degrees of freedom solved for: 3901 (plus 1  
Solution time (Study 2): 2 s.

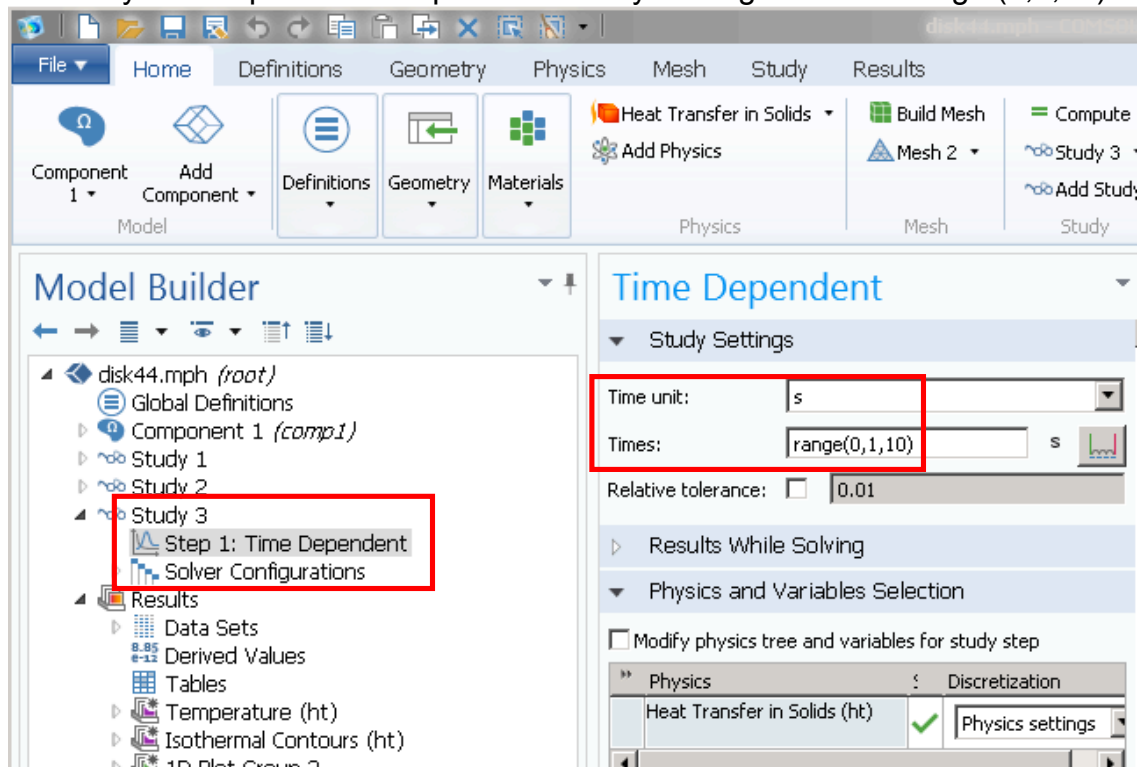


## ΣΤ. 4 Υπολογισμοί μη μόνιμης κατάστασης (Transient)

### - Προσθήκη νέας Study (Add Study>Time Dependent>Add Study)



### - Study 3 > Step 1: Time Dependent. Study Settings>Times> range (0,1,10)



- Δεξί κλικ **Study 3> Compute**
- Δεξί κλικ **Data Sets > Cut Point 2D 1**
- Αριστερό κλικ **Cut Point 2D 1> Data: Solution 3. Point Data Coordinates: x=0.85, y=0**
- Δεξί κλικ **Results> 1D Plot Group**
- Αριστερό κλικ **1D Plot Group. Data> Cut Point 2D 1**
- Δεξί κλικ **1D Plot Group> Point Graph**
- Αριστερό κλικ **Point Graph. Data: Data set> Cut Point 2D 1**